UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MATRICES Y DETERMINANTES

CONFERENCIA - CLASE

ÉRIK CASTAÑEDA DE ISLA PUGA

ENERO 2021

4.2 División de polinomios: divisibilidad y algoritmo de la división. Teorema del residuo y del factor. División sintética.

4.3 Raíces de un polinomio: definición de raíz, teorema fundamental del álgebra y número de raíces de un polinomio.

4.4 Técnicas elementales para buscar raíces: posibles raíces racionales y regla de los signos de Descartes.

5 Sistemas de ecuaciones

Objetivo: El alumno formulará, como modelo matemático de problemas, sistemas de ecuaciones lineales y los resolverá usando el método de Gauss.

Contenido:

5.1 Definición de ecuación lineal y de su solución. Definición de sistema de ecuaciones lineales y de su solución. Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales en cuanto a la existencia y al número de soluciones. Sistemas homogéneos, soluciones triviales y varias soluciones.

5.2 Sistemas equivalentes y transformaciones elementales. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

5.3 Aplicación de las ecuaciones lineales para la solución de problemas de modelos físicos y matemáticos.

6 Matrices y determinantes

Objetivo: El alumno aplicará los conceptos fundamentales de las matrices, los determinantes y sus propiedades a problemas que requieran de éstos para su solución.

Contenido:

6.1 Definición de matriz y de igualdad de matrices. Operaciones con matrices y sus propiedades: adición, sustracción, multiplicación por un escalar y multiplicación. Matriz identidad.

6.2 Definición y propiedades de la inversa de una matriz. Cálculo de la inversa por transformaciones elementales.

6.3 Ecuaciones matriciales y su resolución. Representación y resolución matricial de los sistemas de ecuaciones lineales.

6.4 Matrices triangulares, diagonales y sus propiedades. Definición de traza de una matriz y sus propiedades.

6.5 Transposición de una matriz y sus propiedades. Matrices simétricas, antisimétricas y ortogonales. Conjugación de una matriz y sus propiedades. Matrices hermitianas, antihermitianas y unitarias. Potencia de una matriz y sus propiedades.

6.6 Definición de determinante de una matriz y sus propiedades. Cálculo de determinantes: regla de Sarrus, desarrollo por cofactores y método de condensación.

6.7 Cálculo de la inversa por medio de la adjunta. Regla de Cramer para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de orden superior a tres.

Bibliografía básica	**Temas para los que se recomienda:**
ANDRADE, Arnulfo, CASTAÑEDA, Érik *Antecedentes de geometría y trigonometría* México Trillas-UNAM, Facultad de Ingeniería, 2010	1
LEÓN CÁRDENAS, Javier *Álgebra* México	2,3,4,5 y 6

6 Matrices y determinantes

Objetivo: El alumno aplicará los conceptos fundamentales de las matrices, los determinantes y sus propiedades a problemas que requieran de éstos para su solución.

Contenido:

6.1 Definición de matriz y de igualdad de matrices. Operaciones con matrices y sus propiedades: adición, sustracción, multiplicación por un escalar y multiplicación. Matriz identidad.

6.2 Definición y propiedades de la inversa de una matriz. Cálculo de la inversa por transformaciones elementales.

6.3 Ecuaciones matriciales y su resolución. Representación y resolución matricial de los sistemas de ecuaciones lineales.

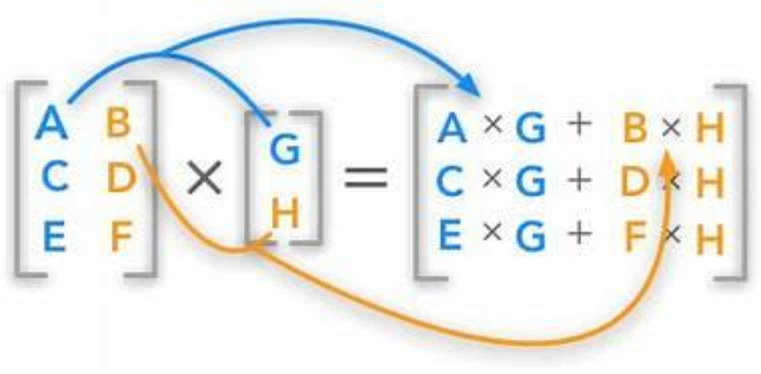
6.4 Matrices triangulares, diagonales y sus propiedades. Definición de traza de una matriz y sus propiedades.

6.5 Transposición de una matriz y sus propiedades. Matrices simétricas, antisimétricas y ortogonales. Conjugación de una matriz y sus propiedades. Matrices hermitianas, antihermitianas y unitarias. Potencia de una matriz y sus propiedades.

6.6 Definición de determinante de una matriz y sus propiedades. Cálculo de determinantes: regla de Sarrus, desarrollo por cofactores y método de condensación.

6.7 Cálculo de la inversa por medio de la adjunta. Regla de Cramer para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de orden superior a tres.

MATRICES



DETERMINANTES

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 1 \end{array}\right| = 16 - 3 + 15 - 18 - 2 + 20$$

$$= 28$$

MATRICES

Una matriz es un arreglo rectangular o tabla que contiene elementos, comúnmente números reales o complejos, aunque pueden ser otro tipo de elementos como funciones.
La posición de un elemento se realiza por el renglón y la columna a la que pertenece

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

La matriz Hessiana para una función $f: \ R^3 \to \ R$ se define y se nota por

$$H(x,y,z) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

	Ramas de la Economía	Componenetes
Ramas de la Economía	I. Matriz de Consumo Intermedio	II. Matriz de Consumo Final
Componentes	III. Matriz de Valor Agregado	

$$W(f_1, \ldots, f_n)(x) = \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & \cdots & f_n(x) \\ f_1'(x) & f_2'(x) & \cdots & f_n'(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1^{(n-1)}(x) & f_2^{(n-1)}(x) & \cdots & f_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix}, \qquad x \in I.$$

EJERCICIOS

Ejercicio 5 inciso b de la serie del tema 6

Obtener, si existe, por el método de transformaciones elementales la inversa de

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Solamente existen tres transformaciones elementales y combinación entre ellas:

1) Intercambiar renglones,
2) Multiplicar un renglón por un escalar
3) Sumar o restar un renglón a otro

EJERCICIO 6
de la serie del tema 6

Determinar para qué valores de m la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

no admite la matriz inversa

DEFINICIÓN. Se llama matriz singular a una matriz cuadrada en la que su determinante vale cero.

TEOREMA. Una matriz cuadrada tiene inversa si y sólo si es no singular.

EJERCICIO 8
de la serie del tema 6

Obtener la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A^{-1}XB - B = -A^{-1}X$$

Donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO DE EXAMEN

Reactivo 6 del segundo examen final del semestre 2019-1

Determinar los valores de α, β y $\gamma \in \mathbb{R}$, si se sabe que

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 1 \\ -1 & -4 & 2 \end{bmatrix} \; y \; A^{T} = \begin{bmatrix} 16 & \beta & -2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ 3 & -\gamma & 0 \end{bmatrix}$$

DETERMINANTES

DEFINICIÓN

- El determinante de una matriz cuadrada es un número real cuya definición exacta es bastante complicada. Por ello, definiremos primero el determinante de matrices pequeñas, y estudiaremos métodos y técnicas para calcular determinantes en general. Solamente se puede calcular el determinante a matrices cuadradas.

http://itsavbasicas.blogspot.mx/2012/05/26-definicion-de-determinante-de-una.html

Para una matriz cuadrada **A**[n,n], el determinante de **A**, abreviado det(**A**), es un escalar definido como la suma de n! términos involucrando el producto de n elementos de la matriz, cada uno proveniente exactamente de una fila y columna diferente. Además, cada término de la suma está multiplicado por -1 ó +1 dependiendo del número de permutaciones del orden de las columnas que contenga.

http://www.el.bqto.unexpo.edu.ve/etperez/apuntes/determinante.htm

1) El determinante es la suma de n! productos, la mitad de ellos con signo positivo y la otra mitad con signo negativo.
2) Cada uno de los productos consta de n factores.
3) En cada producto hay un elemento de cada renglón y un elemento de cada columna.
4) Si los factores se ordenan de tal manera que los primeros índices formen una permutación principal, corresponde el signo + a los productos cuyos segundos índices formen una permutación de clase par y corresponde el signo – a los productos cuyos segundos índices formen una permutación de clase impar.

Sea $A = \left[a_{i\,j} \right]$ una matriz de n x n en C, y

y sea $p_k = \left(\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \cdots, \alpha_{kn} \right)$

una permutación del conjunto $(1, 2, \cdots, n)$.

Se llama determinante de A al número

$$\det A = \sum_{k=1}^{n!} \varepsilon\left(p_k\right) \prod_{i=1}^{n} a_i \alpha_{ki}$$

donde $$\varepsilon\left(p_k\right) = \begin{cases} +, & si \;\; p_k \;\; es\ de\ clase\ par \\ -, & si \;\; p_k \;\; es\ de\ clase\ impar \end{cases}$$

Apuntes de Álgebra Lineal, Eduardo Solar González, Leda Speziale de Guzmán. Noriega Editores. México 1989. Páginas 428…430.

EJERCICIOS

EJERCICIO 31
de la serie del tema 6

Calcular el valor del determinante de la matriz A por medio de cofactores

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 34
de la serie del tema 6

Sea la matriz A

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Obtener el determinante de A

b) Intercambiar el renglón 1 por el renglón 3 y obtener el determinante de la matriz

Si B se obtiene de A intercambiando dos líneas paralelas (dos renglones o dos columnas), entonces

$$\det B = -\det A$$

c) Multiplicar por 3 la columna 2 y calcular el determinante de la matriz

Si B se obtiene de A multiplicando los elementos de una de sus líneas por un número $\lambda \in \mathbb{C}$, entonces

$$\det B = \lambda \det A$$

d) Sumar el renglón 2 al renglón 3 y calcular el determinante de la matriz

Si B se obtiene de A sumando a los elementos de una línea los elementos de una línea paralela multiplicados por un número $\lambda \in \mathbb{C}$, entonces

$$\det B = \det A$$

e) Multiplicar toda la matriz por 2 y calcular su determinante

Si $A = [a_{ij}]$ es una matriz de $n \ x \ n$ con elementos en $\mathbb{C}$, entonces

$$\det(\lambda A) = \lambda^n \det A$$

f) Eliminar el renglón 2 de la matriz y en su lugar repetir el renglón 3 y calcular el determinante de la matriz

Si dos líneas paralelas de A son proporcionales, entonces

$$\det A = 0$$

g) Sustituir la columna 3 por una columna de ceros y calcular el determinante de la matriz

Si los elementos de una línea de A (renglón o columna) son todos nulos, entonces

$$\det A = 0$$

EJERCICIO 45

de la serie del tema 6

Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$2x - 3y + z = 5$$
$$-x + y - z = 3$$
$$x + 2y - 4z = 9$$

Not being familiar with the concepts of Linear Algebra such as linearity, vector, linear space, matrix, etc. nowadays amounts almost to being illiterate in the natural sciences and perhaps in the social sciences as well.

Lars Garding (1919-2014)

No estar familiarizado con los conceptos de Álgebra Lineal tales como linealidad, vector, espacios vectoriales, matrices, etc; actualmente resulta casi como ser analfabeta en las ciencias naturales y quizás también en las ciencias sociales.

Lars Garding (1919-2014)


Muchas
Gracias
POR
Su
Atención